

Dạng 2: Trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Để tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm, ta làm như sau:

Bước 1: Xác định nhóm chứa trung vị. Giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Bước 2: Trung vị là $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p . Với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Để tính tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_1 , giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_1 = a_p + \frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

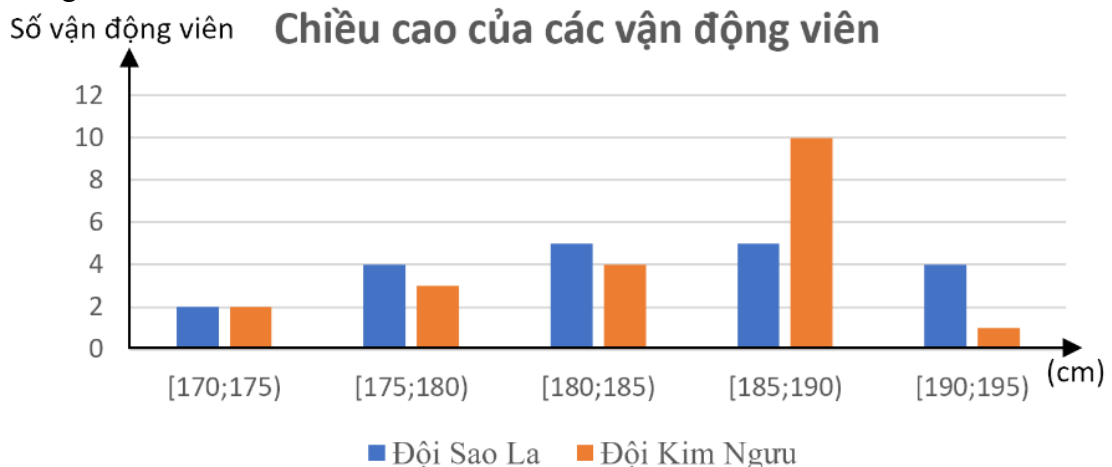
Để tính tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm, trước hết ta xác định nhóm chứa Q_3 , giả sử đó là nhóm thứ p : $[a_p; a_{p+1})$.

Khi đó $Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó n là cỡ mẫu, m_p là tần số nhóm p , với $p = 1$, ta quy ước $m_1 + \dots + m_{p-1} = 0$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 chính là trung vị M_e .

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Biểu đồ bên dưới thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các vận động viên của hai đội bóng rổ Sao La và Kim Ngưu.



Hãy so sánh chiều cao của các vận động viên hai đội bóng theo số trung bình và trung vị.

Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm như sau

Chiều cao (cm)	[170;175)	[175;180)	[180;185)	[185;190)	[190;195)
Chiều cao đại diện	172,5	177,5	182,5	187,5	192,5
Đội Sao La	2	4	5	5	4
Đội Kim Ngưu	2	3	4	10	1

Theo số trung bình

Chiều cao trung bình của các vận động viên đội Sao La xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_1 = \frac{2 \times 172,5 + 4 \times 177,5 + 5 \times 182,5 + 5 \times 187,5 + 4 \times 192,5}{2 + 4 + 5 + 5 + 4} \approx 183,75 \text{ (cm)}$$

Chiều cao trung bình của các vận động viên đội Kim Ngưu xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_2 = \frac{2 \times 172,5 + 3 \times 177,5 + 4 \times 182,5 + 10 \times 187,5 + 1 \times 192,5}{2 + 3 + 4 + 10 + 1} \approx 183,75 \text{ (cm)}$$

Vậy theo chiều cao trung bình cả hai đội có chiều cao xấp xỉ như nhau.

Theo trung vị

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là chiều cao của 20 thành viên đội Sao La xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$

Ta có $x_1, x_2 \in [170;175)$; $x_3, x_4, x_5, x_6 \in [175;180)$; $x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11} \in [180;185)$

Nhận thấy $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$ thuộc $[180;185)$

Số trung vị của mẫu số liệu đội Sao La là: $M_o = 180 + \frac{\frac{20}{2} - (2+4)}{5} (185 - 180) = 184.$

Gọi $y_1, y_2, \dots, y_{20}$ là chiều cao của 20 thành viên đội Kim Ngưu xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{1}{2}(y_{10} + y_{11})$

Ta có $y_1, y_2 \in [170;175)$; $y_3, y_4, y_5 \in [175;180)$; $y_6, y_7, y_8, y_9 \in [180;185)$

$y_{10}, y_{11}, \dots, y_{19} \in [185;190)$; $y_{20} \in [190;195)$

Nhận thấy $\frac{1}{2}(y_{10} + y_{11})$ thuộc $[185;190)$

Số trung vị của mẫu số liệu đội Kim Ngưu là: $M_o' = 185 + \frac{\frac{20}{2} - (2+3+4)}{10} (190 - 185) = 185,5.$

Vậy theo trung vị, chiều cao của đội Kim Ngưu cao hơn so với đội Sao La.

Bài tập 2: Trong một hội thao, thời gian chạy 200 m của một nhóm vận động viên được ghi lại ở bảng sau

Thời gian (giây)	[21; 21,5)	[21,5; 22)	[22; 22,5)	[22,5; 23)	[23; 23,5)
Số vận động viên	5	12	32	45	30

- Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.
- Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ rộng bằng nhau, nhóm đầu tiên là $[4,5)$.
- Hãy ước lượng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thu được.

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{124}$ là thời gian chạy của 124 vận động viên xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là $\frac{1}{2}(x_{62} + x_{63})$

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_5 \in [21; 21,5)$; $x_6, x_7, \dots, x_{17} \in [21,5; 22)$; $x_{18}, x_{19}, \dots, x_{49} \in [22; 22,5)$;

$x_{50}, x_{51}, \dots, x_{94} \in [22,5; 23)$

Nhận thấy $\frac{1}{2}(x_{62} + x_{63})$ thuộc $[22,5; 23)$

Số trung vị của mẫu số liệu trên là: $M_e = 22,5 + \frac{\frac{124}{2} - (5+12+32)}{45}(23-22,5) \approx 22,64$.

Vậy ban tổ chức nên chọn vận động viên có thời gian chạy không quá 22,64 (giây).

Bài tập 3: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau

Thời gian (giây)	[0;60)	[60;120)	[120;180)	[180;240)	[240;300)	[300;360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Hãy ước lượng các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Tổng số cuộc gọi là $8+10+7+5+2+1=33$ (cuộc gọi)

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{33}$ là thời gian thực hiện cuộc gọi xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_8 \in [0;60)$; $x_9, x_{10}, \dots, x_{18} \in [60;120)$; $x_{19}, x_{20}, \dots, x_{25} \in [120;180)$;

$x_{26}, x_{27}, \dots, x_{30} \in [180;240)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{33}$ là x_{17} .

Vì $x_{17} \in [60;120)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 60 + \frac{\frac{2.33}{2} - 8}{10}(120-60) = 111$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{33}$ là x_9 . Vì $x_9 \in [60; 120)$ nên tứ phân vị thứ nhất

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_1 = 60 + \frac{\frac{1.33}{4} - 8}{10} (120 - 60) = 61,5.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{33}$ là x_{26} . Vì $x_{26} \in [180; 240)$ nên tứ phân vị thứ ba

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_3 = 180 + \frac{\frac{3.33}{4} - (8+10+7)}{5} (240 - 180) = 177.$$

Bài tập 3: Một phòng khám thống kê số bệnh nhân đến khám bệnh mỗi ngày trong tháng 4 năm 2022 ở bảng sau:

Số bệnh nhân	[1; 10]	[11; 20]	[21; 30]	[31; 40]	[41; 50]
Số ngày	7	8	7	6	2

- Hãy ước lượng trung vị và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.
- Quản lý phòng khám cho rằng có khoảng 25% số ngày khám có nhiều hơn 35 bệnh nhân đến khám. Nhận định trên có hợp lý không?

Lời giải

a) Do số bệnh nhân đến khám là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số bệnh nhân	[0,5; 10,5)	[10,5; 20,5)	[20,5; 30,5)	[30,5; 40,5)	[40,5; 50,5)
Số ngày	7	8	7	6	2

Tổng số ngày khám là $7+8+7+6+2=30$ (cuộc gọi)

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là số bệnh nhân đến khám mỗi ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_7 \in [0,5; 10,5)$; $x_8, x_9, \dots, x_{15} \in [10,5; 20,5)$; $x_{16}, x_{17}, \dots, x_{22} \in [20,5; 30,5)$; $x_{23}, x_{24}, \dots, x_{28} \in [30,5; 40,5)$...

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là x_{15} và x_{16} . Vì $x_{15} \in [10,5; 20,5)$ và $x_{16} \in [20,5; 30,5)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 20,5$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là x_8 . Vì $x_8 \in [10,5; 20,5)$ nên tứ phân vị thứ

$$\text{nhất của mẫu số liệu là } Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{1.30}{4} - 7}{8} (20,5 - 10,5) = 11,125.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là x_{22} . Vì $x_{22} \in [20,5; 30,5)$ nên tứ phân vị thứ

$$\text{ba của mẫu số liệu là } Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3.30}{4} - (8+10)}{7} (30,5 - 20,5) \approx 26,9.$$

b) Vì Q_1, Q_2, Q_3 đều nhỏ hơn 35 nên nhận định của đề bài không hợp lý.

Bài tập 4: Lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng)

12,5	9,6	11,7	12,7	10,0	10,0	12,2	9,8	10,9	6,7	13,6	9,2
13,1	6,5	10,7	8,9	11,2	13,2	8,3	11,1	11,9	8,4	6,7	13,8

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Sắp xếp lại dãy số liệu theo thứ tự không giảm ta được dãy $x_1, x_2, \dots, x_{24}$.

Giá trị tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = \frac{1}{2}(x_{12} + x_{13}) = \frac{1}{2}(10,7 + 10,9) = 10,8$.

Giá trị tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = \frac{1}{2}(x_6 + x_7) = \frac{1}{2}(8,9 + 9,2) = 9,05$.

Giá trị tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = \frac{1}{2}(x_{18} + x_{19}) = \frac{1}{2}(12,2 + 12,5) = 12,35$.

b) Hoàn thành bảng sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	3	6	8	7

c) Ta có $x_1, x_2, \dots, x_3 \in [6;8)$; $x_4, x_5, \dots, x_9 \in [8;10)$; $x_{10}, x_{12}, \dots, x_{17} \in [10;12)$;

$x_{18}, x_{19}, \dots, x_{24} \in [12;14)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{24}$ là x_{12} và x_{13} . Vì $x_{12}, x_{13} \in [10;12)$ nên tứ phân

vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 10 + \frac{\frac{2.24}{4} - (3+6)}{8}(12-10) = 10,75$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{24}$ là x_6 và x_7 . Vì $x_6, x_7 \in [8;10)$ nên tứ phân vị

thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 8 + \frac{\frac{1.24}{4} - 3}{6}(10-8) = 9$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{24}$ là x_{18} và x_{19} . Vì $x_{18}, x_{19} \in [12;14)$ nên tứ phân vị

thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 12 + \frac{\frac{3.24}{4} - (3+6+8)}{7}(14-12) \approx 12,28$.

Bài tập 5: Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	24	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

a) Tìm tứ phân vị của dãy số liệu trên.

b) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]
Số trận	?	?	?	?

c) Hãy ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

a) Sắp xếp lại dãy số liệu theo thứ tự không giảm ta được dãy $x_1, x_2, \dots, x_{20}$.

Giá trị tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = \frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) = \frac{1}{2}(14 + 14) = 14$.

Giá trị tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = \frac{1}{2}(x_5 + x_6) = \frac{1}{2}(11 + 11) = 11$.

Giá trị tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = \frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) = \frac{1}{2}(21 + 22) = 21,5$.

b) Hoàn thành bảng sau:

Điểm số	[6;10]	[11;15]	[16;20]	[21;25]
Số trận	4	8	2	6

c) Vì điểm số là số nguyên ta hiệu chỉnh bảng tần số ghép nhóm như sau:

Điểm số	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)
Số trận	4	8	2	6

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_4 \in [5,5;10,5)$; $x_5, x_6, \dots, x_{12} \in [10,5;15,5)$; $x_{13}, x_{14} \in [15,5;20,5)$; $x_{15}, x_{16}, \dots, x_{20} \in [20,5;25,5)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là x_{10} và x_{11} . Vì $x_{10}, x_{11} \in [10,5;15,5)$ nên tứ

phần vị thứ hai của mẫu số liệu là $Q_2 = 10,5 + \frac{\frac{2.20}{4} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 14,25$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là x_5 và x_6 . Vì $x_5, x_6 \in [10,5;15,5)$ nên tứ phân

vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{1.20}{4} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 11,125$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là x_{15} và x_{16} . Vì $x_{15}, x_{16} \in [20,5;25,5)$ nên tứ

phần vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3.20}{4} - (4 + 8 + 2)}{6}(25,5 - 20,5) \approx 21,33$.

Bài tập 6: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	$[0,9;0,95)$	$[0,95;1,0)$	$[1,0;1,05)$	$[1,05;1,1)$	$[1,1;1,15)$
Số viên pin	10	20	35	15	5

Hãy ước lượng số trung bình, một và tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 0,925 + 20 \cdot 0,975 + 35 \cdot 1,025 + 15 \cdot 1,075 + 5 \cdot 1,125}{10 + 20 + 35 + 15 + 5} \approx 1,016$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[1,0;1,05)$

$$\text{Một của mẫu số ghép nhóm trên là } M_o = 1,0 + \frac{35 - 20}{(35 - 20) + (35 - 15)} \cdot (1,05 - 1,0) \approx 1,021$$

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là điện lượng của mỗi viên pin tiểu xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_{10} \in [0,9;0,95)$; $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{30} \in [0,95;1,0)$; $x_{31}, x_{32}, \dots, x_{65} \in [1,0;1,05)$; $x_{66}, x_{67}, \dots, x_{80} \in [1,05;1,1) \dots$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là x_{43} . Vì $x_{43} \in [1,0;1,05)$ nên tứ phân vị thứ hai

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_2 = 1,0 + \frac{\frac{2.85}{4} - (10 + 20)}{35} (1,05 - 1,0) \approx 1,018.$$

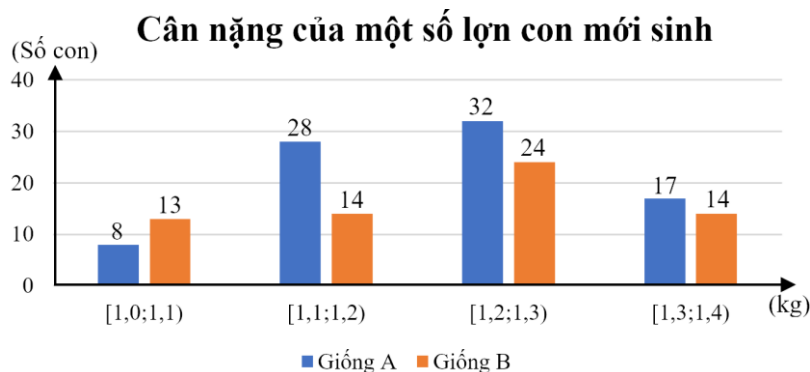
Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là x_{21} và x_{22} . Vì $x_{21}, x_{22} \in [0,95;1,0)$ nên tứ

$$\text{phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là } Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{1.85}{4} - 10}{20} (1,0 - 0,95) \approx 0,978.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là x_{64} và x_{65} . Vì $x_{64}, x_{65} \in [1,0;1,05)$ nên tứ phân

$$\text{vị thứ ba của mẫu số liệu là } Q_3 = 1,0 + \frac{\frac{3.85}{4} - (10 + 20)}{35} (1,05 - 1,0) \approx 1,048.$$

Bài tập 7: Cân nặng của một số con lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở biểu đồ dưới đây (đơn vị: kg).



- Hãy so sánh cân nặng của lợn con mới sinh giống A và giống B theo số trung bình và trung vị.
- Hãy ước lượng tứ phân vị thứ nhất và thứ ba của cân nặng lợn con mới sinh giống A và của cân nặng lợn con mới sinh giống B.

Lời giải

a) Ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Cân nặng (cm)	[1, 0; 1, 1)	[1, 1; 1, 2)	[1, 2; 1, 3)	[1, 3; 1, 4)
Cân nặng đại diện	1,05	1,15	1,25	1,35
Giống A	8	28	32	17
Giống B	13	14	24	14

Theo số trung bình

Cân nặng trung bình của các lợn con mới sinh giống A xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_1 = \frac{8 \times 1,05 + 28 \times 1,15 + 32 \times 1,25 + 17 \times 1,35}{8 + 28 + 32 + 17} \approx 1,218 \text{ (kg)}$$

Cân nặng trung bình của các lợn con mới sinh giống B xấp xỉ bằng

$$\bar{x}_2 = \frac{13 \times 1,05 + 14 \times 1,15 + 24 \times 1,25 + 14 \times 1,35}{13 + 14 + 24 + 14} = 1,21 \text{ (kg)}$$

Vậy theo cân nặng trung bình giống A nặng hơn giống B.

Theo trung vị:

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là cân nặng của 85 con lợn giống A mới sinh xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là x_{43}

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_8 \in [1, 0; 1, 1)$; $x_9, x_{10}, \dots, x_{36} \in [1, 1; 1, 2)$; $x_{37}, x_{38}, \dots, x_{68} \in [1, 2; 1, 3)$

Nhận thấy x_{43} thuộc $[1, 2; 1, 3)$

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống A là: $M_o = 1,2 + \frac{\frac{85}{2} - (8 + 28)}{32} (1,3 - 1,2) \approx 1,22$.

Gọi $y_1, y_2, \dots, y_{65}$ là cân nặng của 65 con lợn giống B mới sinh xếp theo thứ tự không giảm.

Số trung vị của mẫu số liệu trên là y_{33} .

Ta có $y_1, y_2, \dots, y_{13} \in [1, 0; 1, 1)$; $y_{14}, y_{15}, \dots, y_{27} \in [1, 1; 1, 2)$; $y_{28}, y_{29}, \dots, y_{51} \in [1, 2; 1, 3)$.

Nhận thấy y_{33} thuộc $[1, 2; 1, 3)$

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống B là: $M_o' = 1,2 + \frac{\frac{65}{2} - (13 + 14)}{24} (1,3 - 1,2) \approx 1,155$

Vậy theo trung vị, cân nặng của lợn con giống A nặng hơn cân nặng của lợn con giống B.

b) Xét giống A:

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là x_{21} và x_{22} . Vì $x_{21}, x_{22} \in [1, 1; 1, 2)$ nên tứ phân

vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 1,1 + \frac{\frac{1.85}{4} - 8}{28} (1,2 - 1,1) \approx 1,147$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{85}$ là x_{64} và x_{65} . Vì $x_{64}, x_{65} \in [1, 2; 1, 3)$ nên tứ phân

vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 1,2 + \frac{\frac{3.85}{4} - (8 + 28)}{35} (1,3 - 1,2) \approx 1,279$.

Xét giống B:

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $y_1, y_2, \dots, y_{65}$ là y_{16} và y_{17} . Vì $y_{16}, y_{17} \in [1, 1; 1, 2)$ nên tứ phân

vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 1,1 + \frac{\frac{1.65}{4} - 13}{14} (1,2 - 1,1) \approx 1,123$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $y_1, y_2, \dots, y_{65}$ là y_{49} và y_{50} . Vì $y_{49}, y_{50} \in [1, 2; 1, 3)$ nên tứ phân

$$\text{vị thứ ba của mẫu số liệu là } Q_3 = 1,2 + \frac{\frac{3.65}{4} - (13+14)}{24} (1,3 - 1,2) \approx 1,29.$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Điểm thi giữa kỳ 1 môn toán của một lớp học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm thi	[1,5;4,5)	[4,5;7,5)	[7,5;10,5)
Số học sinh	7	18	10

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 6. B. 4,5. C. 7,5. D. 6,25.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 7 + 18 + 10 = 35$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{35}$ là số điểm của 35 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó, trung vị là x_{18} thuộc nhóm $[4,5;7,5)$.

Ta xác định được $n = 35, n_m = 18, C = 7, u_m = 4,5, u_{m+1} = 7,5$.

$$\text{Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } M_e = 4,5 + \frac{\frac{35}{2} - 7}{18} (7,5 - 4,5) = 6,25$$

Câu 2: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $Q_3 = 13$. B. $Q_3 = 14$. C. $Q_3 = 15$. D. $Q_3 = 12$.

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 2 + 4 + 7 + 4 + 3 = 20$.

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15}, x_{16} đều thuộc nhóm $[12;16)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó: $p = 4, a_4 = 12, m_4 = 4, m_1 + m_2 + m_3 = 2 + 4 + 7 = 13, a_5 - a_4 = 4$.

$$\text{Ta có: } Q_3 = 12 + \frac{\frac{3.20}{4} - 13}{4} \cdot 4 = 14.$$

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số (thang điểm 20) của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán, ta có bảng số liệu sau:

Điểm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)
Số học sinh	6	21	30	25	14	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 12,18.

B. 12,81.

C. 13,35.

D. 13,53.

Lời giải

Số phần tử của mẫu là $n = 100$. Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$.

Vì cỡ mẫu $n = 100$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu số $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51}) \in [12;14)$.

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $M_e = 12 + \left(\frac{50 - 27}{30}\right) \cdot 2 \approx 13,53$.

Câu 4: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. [40;60).

B. [20;40).

C. [60;80).

D. [80;100).

Lời giải

Ta có: $n = 42$ nên trung vị của mẫu số liệu trên là $Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$

Mà $x_{21}, x_{22} \in [40;60)$

Vậy nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm [40;60)

Câu 5: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

A. [40;60).

B. [20;40).

C. [60;80).

D. [80;100)

Lời giải

Ta có: $n = 42$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là $Q_3 = x_{33}$

Mà $x_{33} \in [60;80)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm [60;80)

Câu 6: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7;9). **B. [9;11).** C. [11;13). D. [13;15).

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó: $x_1, x_2 \in [5;7), x_3, \dots, x_9 \in [7;9), x_{10}, \dots, x_{16} \in [9;11), x_{17}, \dots, x_{19} \in [11;13), x_{20} \in [13;15)$

Do đó, trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm [9;11)

Câu 7: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 10. **B. 11.** C. 12. D. 13.

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó: $x_1, x_2 \in [5;7), x_3, \dots, x_9 \in [7;9), x_{10}, \dots, x_{16} \in [9;11), x_{17}, \dots, x_{19} \in [11;13), x_{20} \in [13;15)$

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu thuộc nhóm [9;11)

$$n = 20, n_m = 7, C = 9, u_m = 9, u_{m+1} = 11$$

$$Q_3 = \frac{3 \cdot 20}{4} - 9 = 15 - 9 = 6$$

$$Q_3 = 9 + \frac{4}{7}(11 - 9) \approx 10,71 \approx 11$$

Câu 8: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này

- A. 17. **B. 18,1** C. 19,3 D. 18,5

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$.

Gọi $x_1, \dots, x_{56}$ là thời gian vào internet của 56 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{28} + x_{29}}{2}$. Do 2 giá trị x_{28}, x_{29} thuộc nhóm [15,5;18,5) nên nhóm

này chứa trung vị. Do đó, $p = 3; a_3 = 15,5; m_3 = 15; m_1 + m_2 = 3 + 12 = 15; a_4 - a_3 = 3$ và ta có

$$M_e = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} \cdot 3 = 18,1.$$

Câu 9: Lương tháng của một số giáo viên của một trường THPT được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

Lương tháng (triệu đồng)	[3,5;5,5)	[5,5;7,5)	[7,5;9,5)	[9,5;11,5)	[11,5;13,5]
Số giáo viên	8	11	13	4	9

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.** $Q_2 = 8$. **B.** $Q_2 = 8,5$. **C.** $Q_2 = 8,04$. **D.** $Q_2 = 8,4$.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 8 + 11 + 13 + 4 + 9 = 45$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{45}$ là số tiền lương của 45 giáo viên và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai x_{23} thuộc nhóm $[7,5;9,5)$. Khi đó $Q_2 = 7,5 + \frac{\frac{2.45}{4} - 19}{13} (9,5 - 7,5) \approx 8,04$.

Câu 10: Khảo sát thời gian (giờ) tự học mỗi ngày của một số học sinh khối 11 được cho trong bảng sau:

Thời gian (giờ)	[0,5;1,5)	[1,5;2,5)	[2,5;3,5)	[3,5;4,5)	[4,5;5,5)
Số học sinh	6	18	27	20	8

Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên thứ tự là

- A.** 2,3;3,3;4,0. **B.** 1,5;2,5;3,5. **C.** 2,1;3,2;4,1. **D.** 2,3;3,1;3,9.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 6 + 18 + 27 + 20 + 8 = 79$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{79}$ là số giờ của 79 học sinh và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, \dots, x_6$ thuộc nhóm $[0,5;1,5)$, $x_7, x_8, \dots, x_{24}$ thuộc nhóm $[1,5;2,5)$, $x_{25}, x_{26}, \dots, x_{51}$ thuộc nhóm $[2,5;3,5)$, $x_{52}, x_{53}, \dots, x_{71}$ thuộc nhóm $[3,5;4,5)$, $x_{72}, x_{73}, \dots, x_{79}$ thuộc nhóm $[4,5;6]$.

Tứ phân vị thứ nhất x_{20} thuộc nhóm $[1,5;2,5)$. Khi đó $Q_1 = 1,5 + \frac{\frac{79}{4} - 6}{18} (2,5 - 1,5) \approx 2,3$.

Tứ phân vị thứ hai x_{40} thuộc nhóm $[2,5;3,5)$. Khi đó $Q_2 = 2,5 + \frac{\frac{2.79}{4} - 24}{27} (3,5 - 2,5) \approx 3,1$.

Tứ phân vị thứ ba x_{60} thuộc nhóm $[3,5;4,5)$. Khi đó $Q_3 = 3,5 + \frac{\frac{3.79}{20} - 51}{20}(4,5 - 3,5) \approx 3,9$

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	13	10	6

Trung vị mẫu số liệu trên gần số nào nhất?

A. 41,23.

B. 50,44.

C. 51,54.

D. 40,55.

Lời giải

$$\text{Ta có: } M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$$

$$\left. \begin{array}{l} n = 43 \\ n_m = 13 \\ C = 5 + 9 = 14 \\ u_{m+1} = 60 \\ u_m = 40 \end{array} \right\} \Rightarrow M_e = 40 + \frac{\frac{43}{2} - 14}{13} \cdot (60 - 40) \approx 51,54.$$

Câu 12: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	$[0,9;0,95)$	$[0,95;1)$	$[1;1,05)$	$[1,05;1,1)$	$[1,1;1,15)$
Số viên pin	10	20	35	15	5

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 1,02.

B. 1,07.

C. 1,15.

D. 1,2.

Lời giải

Số viên pin: $n = 10 + 20 + 35 + 15 + 5 = 85$

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{85}$ lần lượt là điện lượng của các viên pin theo thứ tự không giảm.

Do $x_1, \dots, x_{10} \in [0,9;0,95); x_{11}, \dots, x_{30} \in [0,95;1,0); x_{31}, \dots, x_{65} \in [1,0;1,05)$.

$x_{66}, \dots, x_{80} \in [1,05;1,1); x_{81}, \dots, x_{85} \in [1,1;1,15)$

Trung vị của dãy số liệu là X_{43} thuộc nhóm $[1,0;1,05)$.

Ta xác định được $n = 85; p = 3; m_3 = 35; m_1 + m_2 = 10 + 20 = 30; a_3 = 1; a_4 = 1,05$.

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_e = 1,0 + \frac{\frac{85}{2} - 30}{35}(1,05 - 1,0) = 1,02$.

Câu 13: Kết quả khảo sát chiều cao của học sinh nam lớp 11A cho kết quả như bảng sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	1	7	12	3	2

Trung vị của mẫu ghép nhóm trên là

- A. 165. B. 160. C. 166,875. D. 161,875.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 1 + 7 + 12 + 3 + 2 = 25$.

Gọi $x_1, \dots, x_{25}$ là chiều cao của 25 học sinh nam được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là x_{13} . Do giá trị x_{13} thuộc nhóm $x_{13} \in [160;165)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Suy ra $p = 3; a_3 = 160; m_3 = 12; m_1 + m_2 = 1 + 7 = 8; a_4 - a_3 = 165 - 160 = 5$.

Ta có trung vị $M_e = 160 + \frac{\frac{25}{2} - 8}{12} \cdot 5 = 161,875$.

Câu 14: Trong một đề tài nghiên cứu về bệnh A, người ta ghi lại tuổi của bệnh nhân mắc bệnh này, số liệu thông kê được trình bày trong bảng sau:

Độ tuổi	[15;25)	[25;35)	[35;45)	[45;55)	[55;65)
Số bệnh nhân	10	12	14	9	5

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng

- A. 27,14. B. 47,14. C. 37,14. D. 57,14.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 10 + 12 + 14 + 9 + 5 = 50$.

Gọi $x_1, \dots, x_{50}$ là độ tuổi của 50 bệnh nhân và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2}$. Do 2 giá trị x_{25}, x_{26} thuộc nhóm $[35;45)$ nên nhóm này chứa trung vị. Suy ra $p = 3; a_3 = 35; m_3 = 14; m_1 + m_2 = 10 + 12 = 22; a_4 - a_3 = 45 - 35 = 10$.

Ta có trung vị $M_e = 35 + \frac{\frac{50}{2} - 22}{14} \cdot 10 \approx 37,14$.

Câu 15: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ v (km / h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 167,21.

B. 170,21.

C. 175.

D. 165.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 18 + 28 + 35 + 43 + 41 + 35 = 200$.

Gọi $x_1, \dots, x_{200}$ là tốc độ giao bóng của 200 lần và giả sử dãy này được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó, trung vị là $\frac{x_{100} + x_{101}}{2}$. Do 2 giá trị x_{100}, x_{101} thuộc nhóm $[165; 170)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Suy ra $p = 4; a_4 = 165; m_4 = 43; m_1 + m_2 + m_3 = 18 + 28 + 35 = 81; a_5 - a_4 = 170 - 165 = 5$.

Ta có trung vị $M_e = 165 + \frac{\frac{200}{2} - 81}{43} \cdot 5 = 167,21$

Câu 16: Kết quả bài kiểm tra toán Giữa HKI của lớp 11 A được ghi lại ở bảng sau:

Điểm số	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10, 5)$
Số học sinh	1	5	22	10	7

Dựa vào bảng số liệu trên, giáo viên toán có thể nhận định 50% học sinh trong lớp có điểm từ bao nhiêu trở lên?

A. 4,5.

B. 5,0.

C. 5,5.

D. 6,0

Lời giải

Số học sinh trong lớp 10A1 là: $n = 1 + 5 + 22 + 10 + 7 = 45$

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{45}$ lần lượt là điểm số của các học sinh theo thứ tự không giảm.

Do $x_1 \in [0; 2); x_2, \dots, x_6 \in [2; 4); x_7, \dots, x_{28} \in [4; 6); x_{29}, \dots, x_{38} \in [6; 8); x_{39}; \dots; x_{45} \in [8; 10, 5)$.

Trung vị của dãy số liệu là $x_{23} \in [4; 6)$.

Ta có: $n = 45; p = 3; m_3 = 22; m_1 + m_2 = 1 + 5 = 6; a_3 = 4; a_4 = 6$.

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_e = 4 + \frac{\frac{45}{2} - 6}{22} \cdot (6 - 4) = 5,5$.

Vậy có 50% học sinh trong lớp 10A 1 từ 5,5 điểm trở lên.

Câu 17: Bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

A. Là giá trị xấp xỉ cho tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và được sử dụng làm giá trị đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

B. Chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự không giảm thành 3 phần đều nhau.

C. Là giá trị xấp xỉ cho mẫu số liệu gốc và có thể lấy làm giá trị đại diện cho mẫu số liệu.

D. Xác định chính xác bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu gốc.

Lời giải

Bộ ba tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và được sử dụng làm giá trị đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu.

Câu 18: Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

Tứ phân vị của dãy số liệu trên lần lượt là

A. $Q_1 = 11; Q_2 = 14; Q_3 = 21,5$.

B. $Q_1 = 10; Q_2 = 14; Q_3 = 21$.

C. $Q_1 = 12; Q_2 = 15; Q_3 = 22$.

D. $Q_1 = 11; Q_2 = 14; Q_3 = 23$.

Lời giải

Ta có dãy điểm số xếp theo thứ tự không giảm:

6; 8; 8; 10; 11; 11; 12; 13; 14; 14; 14; 15; 18; 18; 21; 22; 23; 24; 25; 25

Tứ phân vị thứ nhất là: 11.

Tứ phân vị thứ hai là: 14.

Tứ phân vị thứ ba là: 21,5.

Câu 19: Lương tháng của một số nhân viên văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng)

Lương tháng (triệu đồng)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số nhân viên	3	6	8	7

Tứ phân vị của dãy số liệu trên lần lượt là

A. $Q_1 = 9; Q_2 = 10; Q_3 = 12$.

B. $Q_1 = 9; Q_2 = 10,75; Q_3 = 12,3$.

C. $Q_1 = 9; Q_2 = 11; Q_3 = 13$.

D. $Q_1 = 10,73; Q_2 = 11; Q_3 = 13$.

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{24}$ lần lượt là số nhân viên theo thứ tự không gian.

Do $x_1, \dots, x_3 \in [6; 8); x_4, \dots, x_9 \in [8; 10); x_{10}, \dots, x_{17} \in [10; 12); x_{18}, \dots, x_{24} \in [12; 14)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{12} + x_{13})$ thuộc nhóm $[10; 12)$ nên tứ phân vị thứ hai

của mẫu số liệu là $Q_2 = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 9}{8}(12 - 10) = 10,75$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7)$ thuộc nhóm $[8; 10)$ nên tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu là $Q_1 = 8 + \frac{\frac{24}{2} - 3}{6}(10 - 8) = 9$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{18} + x_{19})$ thuộc nhóm $[12; 14)$ nên tứ phân vị thứ ba của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_3 = 12 + \frac{\frac{3.24}{4} - 17}{7}(14 - 12) = 12,3$$

Câu 20: Một phòng khám thống kê số bệnh nhân đến khám mỗi ngày trong tháng 6 năm 2020 ở bảng sau:

Số bệnh nhân	[1;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]
Số ngày	7	5	10	6	2

Số bệnh nhân đến khám nhiều hơn 23 người trên ngày chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm?

- A. 25%. **B. 50%.** C. 75%. D. 10%.

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là số bệnh nhân đến khám mỗi ngày và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$ thuộc $[20;30)$.

$$Q_2 = 20 + \frac{\frac{30}{2} - (7 + 5)}{10} \cdot 10 = 23$$

Như vậy có khoảng 50% số ngày có nhiều hơn 23 bệnh nhân đến khám.

Câu 21: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số lượng	5	10	25	33	27

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $[40;60)$. B. $[60;80)$. **C. $[80;100)$.** D. $[20;40)$.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 5 + 10 + 25 + 33 + 27 = 100$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 là giá trị của $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là giá trị của $\frac{x_{25} + x_{26}}{2}$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là giá trị của $\frac{x_{75} + x_{76}}{2}$

Do $x_{75}; x_{76}$ thuộc nhóm $[80;100)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Vậy tứ phân vị thứ ba Q_3 thuộc nhóm $[80;100)$.

Câu 22: Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu sau:

Thời gian (giờ)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)
Số lượng	6	12	13	10	3

Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất bao nhiêu giờ?

A. 6 giờ.

B. 6,5 giờ.

C. 7 giờ.

D. 7,2 giờ.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 6 + 12 + 13 + 10 + 3 = 44$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 là giá trị của $\frac{x_{22} + x_{23}}{2}$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là giá trị của $\frac{x_{11} + x_{12}}{2}$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là giá trị của $\frac{x_{33} + x_{34}}{2}$

Do $x_{33}; x_{34}$ thuộc nhóm $[7; 8)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 4; a_4 = 7; m_4 = 10; m_1 + m_2 + m_3 = 6 + 12 + 13 = 31; a_5 - a_4 = 1$ và ta có:

$$Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = a_4 + \frac{\frac{132}{4} - (m_1 + m_2 + m_3)}{m_4} \cdot (a_5 - a_4)$$
$$= 7 + \frac{33 - 31}{10} \cdot 1 = 7,2$$

Vậy tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 7,2$ nên 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất là 7,2 giờ.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 48$

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 61,5$

Lời giải

a) Đúng: Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{40}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu: $\frac{x_{20} + x_{21}}{2} \in [50; 60)$.

Ta có: $n_m = 16; C_2 = 2 + 10 = 12; u_m = 50; u_{n+1} = 60$.

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ có trung vị $\frac{x_{10} + x_{11}}{2} \in [40; 50)$.

Ta có: $n_i = 10; C_1 = 2; u_i = 40; u_{i+1} = 50$.

b) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{2} - 2}{10}(50 - 40) = 48$

c) Sai: Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm cũng là trung vị của mẫu số liệu đó là:

$$Q_2 = M_e = 50 + \frac{\frac{40}{2} - 12}{16}(60 - 50) = 55$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, x_{23}, \dots, x_{40}$ có trung vị $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \in (60; 70)$.

Ta có: $n_j = 8; C_3 = 2 + 10 + 16 = 28; u_j = 60; u_{j+1} = 70$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 60 + \frac{\frac{3.40}{2} - 28}{8}(70 - 60) = 62,5$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_1 = 48, Q_2 = 55, Q_3 = 62,5$.

Câu 2: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 1,98$.

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 4,5$.

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 6,5$.

Lời giải

a) Đúng: Số lần gặp sự cố là số nguyên nên ta có thể sử dụng bảng tần số ghép nhóm sau:

Số lần gặp sự cố	[0, 5; 2, 5)	[2, 5; 4, 5)	[4, 5; 6, 5)	[6, 5; 8, 5)	[8, 5; 10, 5)
Số xe	17	33	25	20	5

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

b) Sai: Trung vị của của mẫu số liệu là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$ với $x_{50} \in [2, 5; 4, 5), x_{51} \in [4, 5; 6, 5)$.

Vì vậy, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{100}{4} - 17}{33}(4,5 - 2,5) = \frac{197}{66} \approx 2,98$$

c) Đúng: Suy ra tứ phân vị thứ hai cũng là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$Q_2 = 4,5$. Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{50}$ có trung vị $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [2,5; 4,5)$.

Ta có: $n_m = 33; C = 17; u_{m+1} = 4,5; u_m = 2,5$.

d) Đúng: Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{51}, x_{52}, \dots, x_{100}$ có trung vị

$\frac{x_{75} + x_{76}}{2}$; $x_{75} \in [4,5; 6,5), x_{76} \in [6,5; 8,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm $Q_3 = 6,5$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,98; Q_2 = 4,5; Q_3 = 6,5$.

Câu 3: Cho bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Tần số	3	8	12	12	4

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 38$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,69$.

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$.

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 7,04$

Lời giải

a) Sai: Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39$.

b) Sai: Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{39}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{20} \in [4; 6)$.

Ta có: $n_m = 12; C_2 = 3 + 8 = 11; u_m = 4; u_{m+1} = 6$.

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, \dots, x_{19}$ có trung vị $x_{10} \in [2; 4)$.

Ta có: $n_i = 8; C_1 = 3; x_i = 2; x_{i+1} = 4$. Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8}(4 - 2) = \frac{59}{16} \approx 3,69.$$

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = M_e = 4 + \frac{\frac{39}{2} - 11}{12}(6 - 4) = \frac{65}{12} \approx 5,42.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{39}$ có trung vị $x_{30} \in [6; 8)$.

Ta có: $n_j = 12; C_3 = 3 + 8 + 12 = 23; x_j = 6; x_j = 8$.

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: $Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.39}{12} - 23}{12}(8 - 6) = \frac{169}{24} \approx 7,04$.

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 3,69; Q_2 = 5,42; Q_3 = 7,04$.

Câu 4: Người ta đo đường kính của 61 cây gỗ được trồng sau 12 năm (đơn vị: centimét), họ thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Đường kính	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số cây	4	12	26	13	6

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$.

b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 32,79$.

c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 19,69$.

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 36,44$.

Lời giải

a) Đúng: Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 61$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{61}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{31} \in [30; 35)$.

Ta có: $n_m = 26; C_1 = 4 + 12 = 16; u_m = 30; u_{m+1} = 35$.

b) Sai: Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_2 = M_e = 30 + \frac{\frac{61}{2} - 16}{26}(35 - 30) = \frac{1705}{52} \approx 32,79 \text{ (cm)}.$$

c) Đúng: Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ có trung vị $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [25; 30)$.

Ta có: $n_i = 12; C_1 = 4; x_i = 25; x_{i+1} = 30$.

Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là: $Q_1 = 25 + \frac{\frac{61}{4} - 4}{12}(30 - 25) = \frac{475}{16} \approx 29,69 \text{ (cm)}$.

d) Đúng: Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_{32}, x_{33}, \dots, x_{61}$ có trung vị $\frac{x_{46} + x_{47}}{2} \in [35; 40)$.

Ta có: $n_j = 13; C_3 = 4 + 12 + 26 = 42; x_i = 35; x_{i+1} = 40$.

$$\text{Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: } Q_3 = 35 + \frac{\frac{3.61}{4} - 42}{13} (40 - 35) = \frac{1895}{52} \approx 36,44 \text{ (cm)}.$$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 29,69; Q_2 = 32,79; Q_3 = 36,44.$$

Câu 5: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiêu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (Nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số pin	10	20	35	15	5

- a) Số trung bình của dãy số liệu là: 1,016.
- b) Nhóm chứa một của dãy số liệu là [1,05;1,1)
- c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là: $Q_1 = 0,98$.
- d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là: $Q_3 = 1,248$.

Lời giải

Điện lượng (Nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Giá trị đại diện	0,925	0,975	1,025	1,075	1,125
Số trận	10	20	35	15	5

- a) Đúng: Số trung bình của dãy số liệu là:

$$\frac{0,925.10 + 0,975.20 + 1,025.35 + 1,075.15 + 1,125.5}{85} = 1,016.$$

- b) Sai: Nhóm chứa một của dãy số liệu là [1;1,05)

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{85}$ lần lượt là điện lượng mỗi viên pin xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_{10} \in [0,9;0,95); x_{11}; \dots; x_{30} \in [0,95;1,0); x_{31}; \dots; x_{65} \in [1,0;1,05);$

$x_{66}; \dots; x_{80} \in [1,05;1,1); x_{81}; \dots; x_{85} \in [1,1;1,15)$ nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{85}$ là $x_{43} \in [1;1,05)$.

- c) Đúng: Ta xác định được $n = 85, n_m = 35, C = 30, u_m = 1, u_{m+1} = 1,05$.

$$\text{Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: } Q_2 = 1 + \frac{\frac{85}{2} - 30}{35} (1,05 - 1) = 1,02.$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$.

Do $x_{21}, x_{22} \in [0,95;1)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{85}{4} - 10}{20} (1 - 0,95) = 0,98.$$

d) Sai: Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{64} + x_{65})$.

Do $x_{64}, x_{65} \in [1; 1,05)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 1 + \frac{\frac{3,85}{4} - 30}{35}(1,05 - 1) = 1,048.$$

Câu 6: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Số học sinh	8	10	16	24	13	7	4

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 80$.

b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 8,15$.

c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 7,58$.

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 8,63$

Lời giải

a) Sai: Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{80}$ lần lượt là điểm trung bình môn Toán của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

b) Đúng: Ta có: $x_1; \dots; x_8 \in [6,5;7); x_9; \dots; x_{18} \in [7;7,5); x_{19}; \dots; x_{34} \in [8;8,5);$

$x_{35}; \dots; x_{71} \in [8,5;9); x_{72}; \dots; x_{78} \in [7;7,5); x_{79}; \dots; x_{80} \in [9,5;10)$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{41} + x_{42})$ mà $x_{41}; x_{42} \in [8;8,5)$ nên tứ phân vị thứ hai

của mẫu số liệu là: $Q_2 = 8 + \frac{\frac{82}{2} - 34}{24}(8,5 - 8) = 8,15$.

c) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $x_{21} \in [7,5;8)$.

Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là: $Q_1 = 7,5 + \frac{\frac{82}{4} - 18}{16}(8 - 7,5) = 7,58$.

d) Đúng: Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $x_{62} \in [8,5;9)$.

Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: $Q_3 = 8,5 + \frac{\frac{3,82}{4} - 58}{13}(9 - 8,5) = 8,63$.

Câu 7: Khi đo mắt cho học sinh khối 10 ở một trường THPT nhân viên y tế ghi nhận lại ở bảng sau:

Thời gian	[0,25;0,75)	[0,75;1,25)	[1,25;1,75)	[1,75;2,25)	[2,25;2,75)
Số lần	25	32	14	12	4

- a) Số trung bình của mẫu số liệu trên là 1,14.
- b) Nhóm chứa một của số liệu là $[0,75;1,25)$.
- c) Một của mẫu số liệu là $M_o = 0,89$.
- d) Trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 1,039$

Lời giải

Thời gian	$[0,25;0,75)$	$[0,75;1,25)$	$[1,25;1,75)$	$[1,75;2,25)$	$[2,25;2,75)$
Giá trị đại diện	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
Số lần	25	32	14	12	4

- a) Đúng: Số trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\frac{0,50.25 + 1,00.32 + 1,50.14 + 2,00.12 + 2,50.4}{87} = 1,14.$$

- b) Đúng: Nhóm chứa một của số liệu là $[0,75;1,25)$.

- c) Đúng: Một của mẫu số liệu là $M_o = 0,75 + \frac{32 - 25}{(32 - 25) + (32 - 14)}(1,25 - 0,75) = 0,89$.

- d) Đúng: Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{87}$ lần lượt là chỉ số mắt cận của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, \dots, x_{25} \in [0,25;0,75)$; $x_{26}, \dots, x_{57} \in [0,75;1,25)$; nên trung vị của mẫu là $x_{44} \in [0,75;1,25)$

Ta xác định được $n = 87, n_m = 32, C = 25, u_m = 0,75; u_{m+1} = 1,25$.

$$\text{Nên khi đó: } M_e = 0,75 + \frac{\frac{87}{2} - 25}{32}(1,25 - 0,75) = 1,039.$$

Câu 8: Số điểm một cầu thủ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

25	23	21	13	8	14	15	18	22	11
24	12	14	14	18	6	8	25	10	11

- a) Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = 14$.
- b) Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $Q_3 = 11,5$.
- c) Tổng hợp lại dãy số liệu trên vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Điểm số	$[6;10)$	$[11;15)$	$[16;20)$	$[21;25)$
Số trận	4	8	2	6

- d) Ước lượng tứ phân vị của số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên ta được tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 8,25$.

Lời giải

a) Đúng: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm ta được:

6;8;8;10;11;11;12;13;14;14;14;15;18;18;21;22;23;24;25;25

b) Đúng: Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là: $Q_2 = \frac{14+14}{2} = 14$.

c) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu 6;8;8;10;11;11;12;13;14;14;

$$Q_1 = \frac{11+11}{2} = 11.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu 14;15;18;18;21;22;23;24;25;25

$$Q_3 = \frac{21+22}{2} = 21,5.$$

Điểm số	[6;10)	[11;15)	[16;20)	[21;25)
Số trận	4	8	2	6

d) Sai: Vì số trận là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại bảng số liệu sau:

Điểm số	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)
Số trận	4	8	2	6

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ lần lượt là số điểm ghi được ở mỗi trận đấu xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_4 \in [5,5;10,5); x_5; \dots; x_{12} \in [10,5;15,5); x_{13}, x_{14} \in [15,5;20,5); x_{15}; \dots; x_{20} \in [20,5;25,5)$

nên trung vị của mẫu số liệu $x_1; \dots; x_{20}$ là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) \in [10,5;15,5)$.

Ta xác định được $n = 20, n_m = 8, C = 4, u_m = 10,5; u_{m+1} = 15,5$.

Suy ra tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là: $Q_2 = 10,5 + \frac{\frac{20}{2} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 14,25$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6)$.

Do $x_5, x_6 \in [10,5;15,5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{20}{4} - 4}{8}(15,5 - 10,5) = 11,125.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$.

Do $x_{15}, x_{16} \in [20,5;25,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu nhóm là:

$$Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3.20}{4} - 14}{6} (25,5 - 20,5) = 21,3.$$

Câu 9: Cân nặng của một số lợn con mới sinh thuộc hai giống A và B được cho ở bảng đây (đơn vị: kg)

Cân nặng (kg)	[1,0;1,1)	[1,1;1,2)	[1,2;1,3)	[1,3;1,4)
Số con giống A	8	28	32	17
Số con giống B	13	14	24	14

- a) Cân nặng trung bình của giống A là: 1,22.
b) Cân nặng trung bình của giống B là: 1,21.
c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{1A} = 1,15$.
d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{1B} = 1,62$.

Lời giải

a) Đúng: Cân nặng trung bình của giống A là:

$$\frac{1,05.8 + 1,15.28 + 1,25.32 + 1,35.17}{85} = 1,22.$$

b) Đúng: Cân nặng trung bình của giống B là:

$$\frac{1,05.13 + 1,15.14 + 1,25.24 + 1,35.14}{65} = 1,21.$$

Vậy theo số trung bình thì cân nặng của lợn con giống A lớn hơn giống B.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{85}$ lần lượt là cân nặng của mỗi con lợn giống A theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_8 \in [1,0;1,1); x_9; x_{10}; \dots; x_{36} \in [1,1;1,2); x_{37}; \dots; x_{68} \in [1,2;1,3); x_{69}; \dots; x_{85} \in [1,3;1,4)$ nên trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A là $x_{43} \in [1,2;1,3)$.

$$Q_{2A} = 1,2 + \frac{\frac{85}{2} - 36}{32} (1,3 - 1,2) = 1,22.$$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{65}$ lần lượt là cân nặng của mỗi con lợn giống B theo thứ tự không giảm. Do $y_1; \dots; y_{13} \in [1,0;1,1); y_{14}; \dots; y_{27} \in [1,1;1,2); y_{28}; \dots; y_{51} \in [1,2;1,3); y_{52}; \dots; y_{65} \in [1,3;1,4)$ nên trung vị của mẫu số liệu lợn con giống B là $y_{33} \in [1,2;1,3)$.

$$Q_{2A} = 1,2 + \frac{\frac{65}{2} - 27}{24} (1,3 - 1,2) = 1,223.$$

Vậy theo số trung vị thì cân nặng trung bình của lợn giống A nhỏ hơn lợn giống B.

c) Đúng: Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu lợn con giống A là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22}) \in [1,1;1,2)$ nên tứ

phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{1A} = 1,1 + \frac{\frac{85}{2} - 8}{28}(1,2 - 1,1) = 1,15$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu lợn con giống A là $\frac{1}{2}(x_{64} + x_{65}) \in [1,2;1,3)$ nên tứ phân vị thứ

ba của mẫu số liệu lợn con giống A là: $Q_{3A} = 1,2 + \frac{\frac{3.85}{2} - 36}{32}(1,3 - 1,2) = 1,29$.

d) Sai: Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu lợn con giống B là $\frac{1}{2}(y_{16} + y_{17}) \in [1,1;1,2)$ nên tứ

phân vị thứ nhất của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{1B} = 1,1 + \frac{\frac{65}{2} - 13}{14}(1,2 - 1,1) = 1,12$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu lợn con giống B là $\frac{1}{2}(y_{49} + y_{50}) \in [1,2;1,3)$ nên tứ phân vị thứ

ba của mẫu số liệu lợn con giống B là: $Q_{3B} = 1,2 + \frac{\frac{3.65}{2} - 27}{24}(1,3 - 1,2) = 1,29$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Lượng mưa trung bình trong một tháng của một số tỉnh được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mm)

5,3	4,5	10,0	32,4	36,5	45,8	40,7	33,2	5,7	12,5	16,8	9,9
6,5	7,8	9,1	15,7	30,5	49,7	28,4	48,3	18,8	20,7	16,2	9,7

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

4,5; 5,3; 5,7; 6,5; 7,8; 9,1; 10,0; 12,5; 15,7; 16,2; 16,8; 18,8; 19,7; 19,9; 20,7;
28,4; 30,5; 32,4; 33,2; 36,5; 40,7; 45,8; 48,3; 49,7

Vì cỡ mẫu $n = 24$ là số chẵn nên tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = \frac{1}{2}(18,8 + 19,7) = 19,25$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu:

4,5; 5,3; 5,7; 6,5; 7,8; 9,1; 10,0; 12,5; 15,7; 16,2; 16,8; 18,8.

Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(9,1 + 10) = 9,55$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu:

19,7; 19,9; 20,7; 28,4; 30,5; 32,4; 33,2; 36,5; 40,7; 45,8; 48,3; 49,7.

Do đó $Q_3 = \frac{1}{2}(32,4 + 33,2) = 32,8$

Câu 2: Số điểm của một đội bóng chuyên ghi được trong 23 séc đầu được cho ở bảng sau:

8	12	25	23	22	18	20	21	16	15	26	24
16	23	20	19	21	10	24	15	19	22	27	

Tìm trung vị của dãy số trên.

Lời giải

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

8; 10; 12; 15; 15; 16; 16; 18; 19; 19; 20; 20; 21; 21; 22; 22; 23; 23; 24; 24; 25; 26; 27

Vì cỡ mẫu $n = 23$ là số lẻ nên trung vị của dãy số liệu trên là $M_e = 20$

Câu 3: Lượng nước tiêu thụ của một số hộ gia đình được ghi lại kết quả như sau:

Lượng nước (m3)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Số hộ gia đình	2	4	6	15	10	8	4	1

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Gọi $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{50}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Vì cỡ mẫu $n = 50$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu số $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_{50}$ là

$$\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [30;40)$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $M_e = 30 + \frac{\frac{50}{2} - 12}{15}(40 - 30) = \frac{116}{3}$

Câu 4: Sản lượng sữa mỗi ngày của một số con bò thuộc hai giống A và B được cho bởi bảng sau:

Sản lượng sữa (lít) Số con	[18;20)	[20;22)	[22;24)	[24;26)	[26;28)
Giống A	2	8	25	15	4
Giống B	8	28	10	6	4

Hãy ước lượng tứ phân vị thứ ba của lượng sữa mỗi ngày của bò giống B.

Lời giải

Ta có bảng thống kê lượng sữa theo giá trị đại diện:

Sản lượng sữa đại diện (lít) Số con	19	21	23	25	27
Giống A	2	8	25	15	4
Giống B	8	28	10	6	4

Sản lượng sữa trung bình của giống A là: $\bar{x}_1 = \frac{19.2 + 21.8 + 23.25 + 25.15 + 27.4}{54} = \frac{632}{27}$

Sản lượng sữa trung bình của giống B là: $\bar{x}_2 = \frac{19.8 + 21.28 + 23.10 + 25.6 + 27.4}{56} = \frac{307}{14}$

Vậy sản lượng sữa trung bình bò giống A cao hơn sản lượng sữa trung bình bò giống B.

Gọi $x_1 \text{ £ } x_2 \text{ £ } x_3 \text{ £ } \dots x_{54}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm của giống bò A

Vì cỡ mẫu $n = 54$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu $x_1 \text{ £ } x_2 \text{ £ } x_3 \text{ £ } \dots x_{54}$ là:

$$\frac{1}{2}(x_{27} + x_{28}) \hat{=} [22; 24)$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống bò A là: $M_e = 22 + \frac{\frac{54}{2} - 10}{25}(24 - 22) = 23,36$

Gọi $y_1 \text{ £ } y_2 \text{ £ } y_3 \text{ £ } \dots y_{56}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm của giống bò B

Vì cỡ mẫu $n = 56$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu số $y_1 \text{ £ } y_2 \text{ £ } y_3 \text{ £ } \dots y_{56}$ là

$$\frac{1}{2}(x_{28} + x_{29}) \hat{=} [20; 22)$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm giống bò B là: $M_e = 20 + \frac{\frac{56}{2} - 8}{28}(22 - 20) = \frac{150}{7}$

Giống bò B

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $y_1 \text{ £ } y_2 \text{ £ } y_3 \text{ £ } \dots y_{56}$ là $\frac{1}{2}(x_{14} + x_{15}) \hat{=} [20; 22)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{56}{4} - 8}{28} \cdot (22 - 20) = \frac{143}{7}$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $y_1 \text{ £ } y_2 \text{ £ } y_3 \text{ £ } \dots y_{56}$ là $\frac{1}{2}(y_{42} + y_{43}) \hat{=} [22; 24)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 22 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 36}{10} \cdot (24 - 22) = 23,2$$

Câu 5: Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

Lớp (Số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
[1; 2)	8	8
[2; 3)	10	18
[3; 4)	12	30
[4; 5)	9	39
[5; 6)	3	42

Số trung vị của mẫu số liệu là bao nhiêu?

Lời giải

Ta có số phân tử của mẫu là: $n = 42 \Rightarrow \frac{n}{2} = 21$.

Mà $cf_2 = 18 < 21 < cf_3 = 30$ suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.

Xét nhóm 3 là nhóm $[3; 4)$ có $r = 3; d = 1; n_3 = 12$ và nhóm 2 là nhóm $[2; 3)$ có $cf_2 = 18$.

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$M_e = 3 + \left(\frac{21 - 18}{12} \right) \cdot 1 = 3,25 \text{ (giờ)}.$$

Câu 6: Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

Lớp (Số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
$[1; 2)$	8	8
$[2; 3)$	10	18
$[3; 4)$	12	30
$[4; 5)$	9	39
$[5; 6)$	3	42

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Lời giải

Ta có số phân tử của mẫu là: $n = 42 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10,5$.

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5.

Xét nhóm 2 là nhóm $[2; 3)$ có $s = 2; h = 1; n_2 = 10$ và nhóm 1 là nhóm $[1; 2)$ có $cf_1 = 8$.

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 2 + \left(\frac{10,5 - 8}{10} \right) \cdot 1 = 2,25 \text{ (giờ)}.$$

-----**HẾT**-----